1. Сумма ста натуральных чисел равна 5000. Все эти числа разбили на три группы, причём во всех группах разное количество чисел. Известно, что:

— в первой группе 29 чисел, их среднее арифметическое равно 21;

— среднее арифметическое чисел второй группы равно 50;

— среднее арифметическое чисел третьей группы – целое число.

Найдите количество чисел в третьей группе.

2. Назовем натуральное число палиндромом, если в его десятичной записи все цифры расположены симметрично (совпадают первая и последняя цифра,вторая и предпоследняя, и т. д.). Например числа 121 и 953 359 являются палиндромами, а числа 10 и 953 953 не являются палиндромами. Найдите 37−е по порядку число-палиндром, которое делится на 15.

3. За победу в шахматной партии начисляют 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за проигрыш — 0 очков. В турнире принимают участие m мальчиков и d девочек, причём каждый играет с каждым дважды. Сколько девочек могло принимать участие в турнире, если известно, что их в 7 раз меньше, чем мальчиков, и что мальчики набрали в сумме ровно в три раза больше очков, чем девочки

Запишите решение и ответ.

4. Красный карандаш стоит 17 рублей, синий — 13 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять. Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?

5. Если построить солдат по 11 человек в шеренге, то последняя шеренга окажется неполной. Если же построить их по 10 человек в шеренге, то все шеренги окажутся полными, но их число будет больше на 2. Если же построить тех же солдат в шеренги по 7 в каждой, то последняя шеренга опять будет неполной, а число шеренг увеличится еще на 10. Сколько всего солдат?

6. Если построить солдат по 15 человек в шеренге, то последняя шеренга окажется неполной. Если же построить их по 14 человек в шеренге, то все шеренги окажутся полными, но их число будет больше на 1. Если же построить тех же солдат в шеренги по 9 в каждой, то последняя шеренга опять будет неполной, а число шеренг увеличится еще на 9. Сколько всего солдат?

7. Маша задумала трёхзначное число. Сумма цифр этого числа равна 7, а сумма квадратов цифр равна 27. Если из задуманного числа вычесть 396, то получится число, записанное теми же цифрами, что и задуманное, но в обратном порядке. Какое число задумала Маша?

8. Паша задумал трёхзначное число. Сумма цифр этого числа равна 8, а сумма квадратов цифр этого числа равна 24. Если из задуманного числа вычесть 198, то получится число, записанное теми же цифрами, что и задуманное, но в обратном порядке. Какое число задумал Паша?

9. На складе находятся музыкальные центры двух типов. Музыкальный центр первого типа весит 12 кг, второго типа — 15 кг. Музыкальный центр первого типа стоит 8000 рублей, музыкальный центр второго типа — 12000 рублей. Общий вес музыкальных центров равен 321 кг. Найдите минимальную и максимальную возможные суммарные стоимости находящихся на складе музыкальных центров.

10. На складе находятся музыкальные центры двух типов. Музыкальный центр первого типа весит 15 кг, второго типа — 18 кг. Музыкальный центр первого типа стоит 6000 рублей, музыкальный центр второго типа — 8000 рублей. Общий вес музыкальных центров равен 279 кг. Найдите минимальную и максимальную возможные суммарные стоимости находящихся на складе музыкальных центров в рублях.

11. На шахматном турнире каждый из участников должен был сыграть ровно одну партию с каждым из прочих, но два участника выбыли из турнира, сыграв только по 4 партии. Поэтому число партий, сыгранных в турнире, оказалось равным 62. Сколько всего было участников турнира?

12. На шахматном турнире каждый из участников должен был сыграть ровно одну партию с каждым из прочих, но два участника выбыли из турнира, сыграв только по 3 партии. Поэтому число партий, сыгранных в турнире, оказалось равным 110. Сколько всего было участников турнира?

13. Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n, выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n, а остальные числа, равные n, стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11. Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 7, 8, 10, 15, 16, 17, 18, 23, 24, 25, 26, 31, 33, 34, 41.

14. На доске написано более 27, но менее 45 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно −5, среднее арифметическое всех положительных из них равно 9, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно −18. Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?

15. В турнире по шахматам принимают участие мальчики и девочки. За победу в шахматной партии начисляют 1 очко, за ничью — 0,5 очка, за проигрыш — 0 очков. По правилам турнира каждый участник играет с каждым другим дважды. Сколько девочек могло принимать участие в турнире, если известно, что их в 9 раз меньше, чем мальчиков, и что мальчики набрали в сумме ровно в четыре раза больше очков, чем девочки?

16. Мастер делает за один час целое число деталей, большее 18, а ученик — на 10 деталей меньше. Мастер выполняет заказ за целое число часов, а три ученика вместе — на два часа быстрее. Из какого числа деталей состоит заказ?

17. Мастер делает за один час целое число деталей, большее 5, а ученик — на 2 деталей меньше. Мастер выполняет заказ за целое число часов, а два ученика вместе — на час быстрее. Из какого числа деталей состоит заказ?

18. На станцию привезли некоторое количество контейнеров. В каждом контейнере находилось одно и то же число телевизоров (большее 1). Телевизоры перегрузили в вагоны. Получилось 13 полных вагонов и еще один вагон, в котором всего 5 телевизоров. Через несколько дней привезли такие же контейнеры. Телевизоры снова перегрузили в вагоны. На этот раз получилось 6 вагонов, причём в последнем до полного вагона не хватало одного телевизора. Сколько телевизоров вмещает один контейнер?

19. На станцию привезли некоторое количество контейнеров. В каждом контейнере находилось одно и то же число телевизоров (большее 1). Телевизоры перегрузили в вагоны. Получилось 12 полных вагонов и еще один вагон, в котором всего 5 телевизоров. Через несколько дней привезли такие же контейнеры. Телевизоры снова перегрузили в вагоны. На этот раз получилось 5 вагонов, причем в последнем до полного вагона не хватало одного телевизора. Сколько телевизоров вмещает один контейнер?

20. Красный карандаш стоит 18 рублей, синий — 14 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие: число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять. Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?

21. Известно, что в кошельке лежало n монет, каждая из которых могла иметь достоинство 2, 5 или 10 рублей. Аня сделала все свои покупки, расплатившись за каждую покупку отдельно без сдачи только этими монетами, потратив при этом все монеты из кошелька. Какое наименьшее количество пятирублёвых монет могло быть в кошельке, если Аня купила только альбом за 85 рублей и $n = 24$?

22. Известно, что в кошельке лежало n монет, каждая из которых могла иметь достоинство 2, 5 или 10 рублей. Лена сделала все свои покупки, расплатившись за каждую покупку отдельно без сдачи только этими монетами, потратив при этом все монеты из кошелька. Какое наименьшее количество пятирублёвых монет могло быть в кошельке, если Лена купила только альбом за 96 рублей и $n = 19$?

23. У Лены три набора, в каждом из которых одинаковое количество ручек (больше 1). У Юли несколько (больше 1) наборов ручек, по 5 штук в каждом. Можно ли разложить все ручки Юли и Лены в k наборов по k ручек в каждом ($k > 3$)?

24. Задумано несколько (не обязательно различных) натуральных чисел. Эти числа и их все возможные суммы (по 2, по 3 и т. д.) выписывают на доску в порядке неубывания. Если какое-то число n, выписанное на доску, повторяется несколько раз, то на доске оставляется одно такое число n, а остальные числа, равные n, стираются. Например, если задуманы числа 1, 3, 3, 4, то на доске будет записан набор 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10, 11. Приведите все примеры задуманных чисел, для которых на доске будет записан набор 9, 10, 11, 19, 20, 21, 22, 30, 31, 32, 33, 41, 42, 43, 52.

25. Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Известно, что все эксперты выставили различные оценки. По старой системе оценивания рейтинг кинофильма — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг кинофильма оценивают следующим образом: отбрасываются наименьшая и наибольшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое оставшихся оценок. Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.

26. Петя выписал на доску пять натуральных (не обязательно различных) чисел и вычислил всевозможные попарные суммы этих чисел. Получилось всего три различных значения: 97, 80 и 63. Чему равно наибольшее из написанных на доске чисел? Запишите решение и ответ.

27. Паша выписал на доску пять натуральных (не обязательно различных) чисел и вычислил всевозможные попарные суммы этих чисел. Получилось всего три различных значения: 63, 56 и 49. Чему равно наибольшее из написанных на доске чисел?